



Schriftliche Anfrage

der Abgeordneten **Dr. Anne Cyron, Ulrich Singer, Prof. Dr. Ingo Hahn AfD**
vom 17.03.2022

Mathematikabitur 2021 an bayerischen Gymnasien und dessen Konsequenzen für die Zukunft

Im Zusammenhang mit der Coronakrise sind die bayerischen Schüler im Schuljahr 2020/2021 im erheblichen Umfang im Distanzunterricht beschult worden. Lerninhalte sind nicht in der Weise vermittelt worden, wie dies im sonst üblichen Präsenzunterricht bislang an Gymnasien geschehen ist.

Das Staatsministerium für Unterricht und Kultus, hierbei Staatsminister Prof. Dr. Michael Piazolo, verkündete in diesem Zusammenhang hinsichtlich der Gymnasien unter anderem: „In der 12. Klasse des Gymnasiums wird der Ausbildungsabschnitt 12/1 bis zum 1. Februar 2021 verlängert. Schülerinnen und Schüler sowie ihre Lehrkräfte haben so länger Zeit, um die vorletzte Etappe auf dem Weg zum Abitur abzuschließen. Der Beginn der Abiturprüfung wird voraussichtlich vom 30. April 2021 auf den 12. Mai 2021 verschoben – die Verlängerung von 12/1 geht somit nicht zu Lasten des Ausbildungsabschnitts 12/2, der dem Abitur unmittelbar vorausgeht. Auch dies hilft, unnötigen Druck zu vermeiden. Wir wollen, dass alle Abiturientinnen und Abiturienten faire Bedingungen vorfinden – in den Prüfungen selbst wie in der Vorbereitung.“ Gegenüber BR24 mahnte Staatsminister Prof. Dr. Michael Piazolo am 25.05.2021 zur Ruhe und sagte sinngemäß, dass das Staatsministerium für Unterricht und Kultus schon vergangene Woche Kritik am Mathematikabitur zurückgewiesen habe, denn die diesjährigen Prüfungsaufgaben seien von Experten insgesamt als gut machbar eingeschätzt worden und bereits im Vorfeld seien Sonderregelungen getroffen worden, um in Coronazeiten den besonderen Bedingungen gerecht zu werden; erstmals seien prüfungsrelevante und nicht prüfungsrelevante Inhalte ausgewiesen worden.

In der 44. Sitzung des Ausschusses für Bildung und Kultus am 17.06.2021 räumte Staatsminister Prof. Dr. Michael Piazolo gegenüber der Süddeutschen Zeitung ein, dass im ausgehenden Schuljahr 2020/2021 noch Lernrückstände, teils extreme Lernrückstände bestünden, die auch nicht in den wenigen verbleibenden Schulwochen aufzuholen seien und dies durch die sogenannte Sommerschule mit ihrem Ferienzusatzunterricht, lediglich auch nur zum Teil. Die Diskussion um das „Mathe-Abitur 2021“ und überdies hierzu die Petition lassen Zweifel darüber aufkommen, dass die Abiturvorbereitung so, wie zugesagt, erfolgt ist, wonach infolge von Lern- und Vorbereitungsrückständen qua der sehr schwierigen Situation für die Schüler durch den Distanzunterricht, dieses auch bei den Abiturprüfungsteilen (hier: Mathematik) seine Berücksichtigung findet. Irritierend wirken im Kontext zum Mathematikabitur 2021 ferner die Worte von Staatsminister Prof. Dr. Michael Piazolo gegenüber der Süddeutschen Zeitung: „Die bisherigen Eindrücke sind, dass es nicht aus dem Rahmen fällt.“

Die Staatsregierung wird gefragt:

- 1.a) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus (bei Annahme, dass sich das Schuljahr 2021/2022 pandemiebedingt ähnlich diffizil gestalten wird wie das zurückliegende Schuljahr 2020/2021), so wie es bereits in anderen Bundesländern wie etwa Nordrhein-Westfalen und Mecklenburg-Vorpommern im Schuljahr 2020/2021 geschah, die Anhebung des Punktedurchschnitts rechnerisch an die Ergebnisse vorzunehmen und so an die Schuljahre vor der Coronapandemie mit durchgehendem Präsenzunterricht anzugleichen? 6
- 1.b) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus demzufolge gegebenenfalls den Notenschlüssel im Hinblick auf die mathematisch unvollständigen Aufgaben, also den nicht im Lehrplan enthaltenen Inhalten sowie den dennoch gestellten Aufgaben, die ergo nicht Bestandteil des Abiturs sein sollten, zugunsten der Abiturienten des Jahrgangs 2022 anzupassen? 6
- 1.c) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus demzufolge mithin eine analoge Handhabung zur angewandten Praxis an Universitäten in ähnlich gelagerten Fällen, wonach alle mathematisch unvollständigen wie fehlerhaften Aufgaben für jeden Studenten voll zu bewerten sind, gleichsam auf die Abiturienten des Jahrgangs 2022 anzuwenden? 6
- 2.a) Wie beurteilt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus die Aufgabenstellung im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 1, dass der Nachweis der Umkehrbarkeit zu führen gewesen ist, obschon die e-Funktion zwar als stetige Funktion bekannt ist, es sich jedoch bei der gegebenen Funktion um die Komposition zweier stetiger Funktionen handelt, bei welcher der Nachweis der Stetigkeit erst erfolgen müsste und zudem dieser Nachweis in zweierlei Weise geführt werden kann – einmal durch die Bijektivität (was nicht Bestandteil des Lehrplans ist) sowie einmal durch den Nachweis der Monotonie (letztere wird im Lehrplan nur angeschnitten, jedoch nie ausgeführt)? 7
- 2.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Angemessenheit der angesetzten erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 2 b im Verhältnis zum notwendigen Rechenaufwand für eine korrekte Nachweisführung? 7
- 2.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Aufgabenstellung „Berechnung einer Integralfunktion“ im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 3 b, wenn gemäß den verbindlichen Hinweisen des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB) zur schriftlichen Abiturprüfung 2021 die Integralfunktion eigentlich nicht prüfungsrelevant hat sein sollen? 8

-
- 3.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Lösbarkeit des Prüfungsteils A hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Analysis) und dort der Aufgabe 4 a, wenn in dieser Teilaufgabe unserer Ansicht nach anzugeben verabsäumt worden ist, dass der Wert $g(-2)$ mithilfe der Abbildung zu ermitteln ist, die Schnittpunkte jedoch nicht sauber ablesbar sind und zudem die (sonst übliche) Ergänzung „Näherungswert“ gefehlt hat? 8
- 3.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Beherrschung der auswendigen Anwendung von Formeln durch Abiturienten, etwa die Bernoulliformel, unter Bezugnahme darauf, dass keinerlei Hilfsmittel im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 und 2 (Stochastik) haben verwendet werden dürfen? 9
- 3.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Berechnung des Lösungswegs sehr hoher Zahlenwerte über den Ansatz einer Kreisgleichung durch Abiturienten im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Geometrie), wenn hierfür ein Taschenrechner notwendig ist, dieser hingegen als unerlaubtes Hilfsmittel nicht hat benutzt werden dürfen? 9
- 4.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Erwartung der Berechnung/Lösung von Prüfungsteil B mit Blick auf die Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dabei Aufgabe 3 a durch Abiturienten, wenn Abiturienten, die Physik in der Oberstufe abgewählt haben, ohnehin bereits nur wenig bis keinen Bezug zu dieser Aufgabenstellung herstellen können, wohingegen Abiturienten, die Physik auch noch in der Oberstufe belegt haben, mit „Lichtenergie“ ebenfalls nur wenig anzufangen wissen, zumal „Lichtenergie“ kein Fachbegriff für eine physikalische Größe darstellt? 10
- 4.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Bestimmung eines Quantils mithilfe des Tafelwerks binnen der in der Aufgabenstellung genannten Binomialverteilung innerhalb des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Stochastik) und dort der Aufgabe 2c, wenn die Bestimmung von Quantilen mithilfe des Tafelwerks nicht Bestandteil des Lehrplans ist, ferner die Quantilbestimmung mithilfe des Tafelwerks erneut auch im Schuljahr 2020/2021 nicht Bestandteil des Abiturs sein sollte und überdies Staatsminister Prof. Dr. Michael Pia-zolo eine Nachteilsregelung zugesagt hat („Niemand solle durch den Distanzunterricht Nachteile erleiden“)? 10

-
- 4.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Lösbarkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Stochastik) und dort der Aufgabe 3, da diese Aufgabe mathematisch unvollständig formuliert worden ist, denn es ist verabsäumt worden, den genannten sechsseitigen Würfel als Laplace-Würfel, „fairen“ Würfel oder ähnliches zu beschreiben und diese Information ist grundlegend und erforderlich für die Aufgabebearbeitung, denn einzig hierdurch kann angenommen werden, dass alle sechs Würfelseiten die gleiche Wahrscheinlichkeit haben? 11
- 5.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der mathematischen Vollständigkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Stochastik) und dort der Aufgabe 2, da eine Verteilung eine konkrete Realisierung von Wahrscheinlichkeiten abbildet, eine Aufgabe nur gerechnet werden kann, soweit Informationen über diese Verteilung vorliegen, nicht die Nutzung der Binominalverteilung zur Berechnung angegeben wird (so wie in früheren Abiturprüfungen), sondern von deren automatischen Verwendung bei der Berechnung ausgegangen wird (die Aufgabenstellung fragt nach der Wahrscheinlichkeit beim Ziehen von 50 Gummibärchen und die Angabe zur Verteilung der Zufallsvariable fehlt)? 12
- 5.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die lösbare Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Prüfungsteil B hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Stochastik) und dort der Aufgabe 4 a, wobei bei dieser Aufgabe ein neues Konzept eingeführt wird, welches nicht Teil des Lehrplans ist und überdies der Variationskoeffizient auch keine gängige Größe ist und außerdem die Einführung einer neuen Größe angesichts der Tatsachen paradox erscheint, wonach dies im Schulunterricht nie behandelt worden ist und derartige Themenbereiche aufgrund der Pandemiesituation laut den Hinweisen des ISB eigentlich als Abiturprüfungsthema gestrichen worden sind? 12
- 6.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Lösbarkeit von Prüfungsteil B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Geometrie) und dort der Aufgabe 4 f bis 4 g, da die Kurven im IR 3 nicht Bestandteil des Lehrplans und daher auch so nicht in Schulbüchern oder älteren Abiturprüfungen auffindbar sind und außerdem die Abiturienten mit so einem Zusammenhang im Mathematikunterricht noch nicht konfrontiert worden sind? 13

-
- 6.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Lösbarkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Geometrie) und dort der Aufgabe 4 h, da diese Aufgabe mathematisch unvollständig formuliert worden ist, da u. E. mannigfaltige Informationen nicht gegeben worden sind (da die Fontänen aus der Kugel austreten, wie ist die Wasserleitung gelegt, ist die Kugel zuvor leer, muss das Wasser innerhalb der Kugel, welches austritt, mitberücksichtigt werden, und füllt sich dieses nach, ist die Beschaffenheit der Kugel so dünn, dass, nachdem das Wasser ausgetreten ist, diese auf der Oberfläche treibt oder sinkt diese ab einem gewissen Punkt auf den Bronzeschalenboden)? 13
- Hinweise des Landtagsamts 14

Antwort

des Staatsministeriums für Unterricht und Kultus
vom 28.04.2022

- 1.a) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus (bei Annahme, dass sich das Schuljahr 2021/2022 pandemiebedingt ähnlich diffizil gestalten wird wie das zurückliegende Schuljahr 2020/2021), so wie es bereits in anderen Bundesländern wie etwa Nordrhein-Westfalen und Mecklenburg-Vorpommern im Schuljahr 2020/2021 geschah, die Anhebung des Punktedurchschnitts rechnerisch an die Ergebnisse vorzunehmen und so an die Schuljahre vor der Coronapandemie mit durchgehendem Präsenzunterricht anzugleichen?**

Es ist auch im Prüfungsjahr 2022 nicht vorgesehen, den für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik ländergemeinsam festgelegten Schlüssel zur Umrechnung der erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte zu verändern. Hierfür bestand angesichts der sehr stabilen Prüfungsergebnisse in Bayern auch in der Vergangenheit keine Veranlassung: In Mathematik lag die Bandbreite der landesweiten Notendurchschnitte der letzten Jahre zwischen 2,98 und 3,26; auch die Abiturprüfung in Mathematik im Jahr 2021 zeigte mit der Durchschnittsnote 3,18 (amtliches Endergebnis) keine Auffälligkeit.

- 1.b) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus demzufolge gegebenenfalls den Notenschlüssel im Hinblick auf die mathematisch unvollständigen Aufgaben, also den nicht im Lehrplan enthaltenen Inhalten sowie den dennoch gestellten Aufgaben, die ergo nicht Bestandteil des Abiturs sein sollten, zugunsten der Abiturienten des Jahrgangs 2022 anzupassen?**

Die Abiturprüfung 2022 im Fach Mathematik wird – wie auch die Prüfungen in den vergangenen Jahren – ausschließlich Inhalte enthalten, die im Einklang mit dem Fachlehrplan in Mathematik stehen. Insofern ist die Frage gegenstandslos.

- 1.c) In welcher Weise beabsichtigt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus demzufolge mithin eine analoge Handhabung zur angewandten Praxis an Universitäten in ähnlich gelagerten Fällen, wonach alle mathematisch unvollständigen wie fehlerhaften Aufgaben für jeden Studenten voll zu bewerten sind, gleichsam auf die Abiturienten des Jahrgangs 2022 anzuwenden?**

Es gibt keine Anhaltspunkte dafür, dass die Abiturprüfung 2022 im Fach Mathematik unvollständige oder fehlerhafte Aufgaben enthält. Insofern ist die Frage gegenstandslos.

- 2.a) Wie beurteilt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus die Aufgabenstellung im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 1, dass der Nachweis der Umkehrbarkeit zu führen gewesen ist, obschon die e-Funktion zwar als stetige Funktion bekannt ist, es sich jedoch bei der gegebenen Funktion um die Komposition zweier stetiger Funktionen handelt, bei welcher der Nachweis der Stetigkeit erst erfolgen müsste und zudem dieser Nachweis in zweierlei Weise geführt werden kann – einmal durch die Bijektivität (was nicht Bestandteil des Lehrplans ist) sowie einmal durch den Nachweis der Monotonie (letztere wird im Lehrplan nur angeschnitten, jedoch nie ausgeführt)?**

Bei der gegebenen Funktion $f : x \mapsto e^{2x-1}$ handelt es sich um eine Verknüpfung der linearen Funktion $x \mapsto 2x - 1$ mit der natürlichen Exponentialfunktion $x \mapsto e^x$.

Diese beiden Funktionen sind bekanntlich differenzierbar. Nach der Kettenregel ist die verknüpfte Funktion f ebenfalls differenzierbar, für ihre Ableitungsfunktion gilt $f'(x) = e^{2x-1} \cdot 2$.

Ein gesonderter Nachweis der Stetigkeit von f ist nicht notwendig, da jede differenzierbare Funktion stetig ist.

Die Umkehrbarkeit von f kann direkt mithilfe der strengen Monotonie von f nachgewiesen werden; Monotonie ist ein zentraler Inhalt des Lehrplans:

„M 11.1.4 Anwendungen der ersten Ableitung:

Die Schüler erkennen, dass mithilfe der Ableitungsfunktion präzisere Aussagen über den Verlauf von Funktionsgraphen und das Änderungsverhalten von Funktionen gemacht werden können. [...] • Monotonie und lokale Extremwerte.“

Ebenso ist ein Nachweis denkbar, der sich an der Definition der Umkehrbarkeit einer Funktion orientiert, d. h. der Tatsache, dass jeder Funktionswert von f genau einem x -Wert zugeordnet wird. Ein solcher Nachweis ist beispielsweise durch ein Überführen der Funktionsgleichung $y = e^{2x-1}$ zu $x = \frac{1}{2} \cdot (\ln y + 1)$ mithilfe von Äquivalenzumformungen zusammen mit dem Hinweis auf die Eindeutigkeit des x -Werts möglich. In der Schulmathematik wird zwar die Definitionsmenge, üblicherweise aber nicht die Zielmenge einer Funktion betrachtet, somit wird auch nicht zwischen injektiven und bijektiven Funktionen unterschieden. Die Verwendung dieser Begriffe ist bei dieser Aufgabe nicht erforderlich.

- 2.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Angemessenheit der angesetzten erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 2b im Verhältnis zum notwendigen Rechenaufwand für eine korrekte Nachweisführung?**

Das Festsetzen der maximal erreichbaren BE einer Aufgabe erfolgt durch eine Kommission aus Expertinnen und Experten unter größter Sorgfalt und unter Abwägung einer Reihe von Gesichtspunkten.

Bei der vorliegenden Aufgabe kann eine korrekte Begründung erfolgen, indem nacheinander die Wertemengen der drei Funktionen

$$x \mapsto x^2 + 1, x \mapsto x^2 + 1, x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{und} \quad x \mapsto \ln\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$$

betrachtet werden. Im Hinblick auf diese Dreischrittigkeit wurden drei Bewertungseinheiten als angemessen erachtet.

- 2.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Aufgabenstellung „Berechnung einer Integralfunktion“ im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dort der Aufgabe 3b, wenn gemäß den verbindlichen Hinweisen des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (ISB) zur schriftlichen Abiturprüfung 2021 die Integralfunktion eigentlich nicht prüfungsrelevant hat sein sollen?**

Unter einer Integralfunktion ist eine Funktion zu verstehen, die durch einen Term gegeben ist, in dem die Funktionsvariable x als Integrationsgrenze auftritt. Solche Funktionen waren nicht Gegenstand der schriftlichen Abiturprüfung 2021. Bei der vorliegenden Aufgabe ging es um den Begriff der Stammfunktion. Dabei handelt es sich nicht um einen ausgeschlossenen Prüfungsinhalt; darauf wurde auch im Kontaktbrief 2020 Mathematik des ISB, dessen Inhalte an allen bayerischen Gymnasien im Rahmen einer Sitzung der Fachschaft Mathematik besprochen wird, wie folgt hingewiesen:

„Integralfunktion“

[...] Weiterhin sind mit dem bestimmten Integral auch das Konzept der Stammfunktion und damit also auch der Zusammenhang $F' = f$, der aus vorliegenden Informationen über die Funktion f insbesondere auch Rückschlüsse auf Eigenschaften des Graphen einer Stammfunktion F von f zulässt (und umgekehrt), Teil der inhaltlichen Grundlage der o. g. Prüfung.

- 3.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Lösbarkeit des Prüfungsteils A hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Analysis) und dort der Aufgabe 4a, wenn in dieser Teilaufgabe unserer Ansicht nach anzugeben verabsäumt worden ist, dass der Wert $g(-2)$ mithilfe der Abbildung zu ermitteln ist, die Schnittpunkte jedoch nicht sauber ablesbar sind und zudem die (sonst übliche) Ergänzung „Näherungswert“ gefehlt hat?**

Ein Hinweis darauf, dass das Bestimmen einer Lösung nur näherungsweise möglich ist, ist in der Aufgabenstellung nicht erforderlich. Dies ist auch in den am Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelten gemeinsamen Abituraufgabenpools der Länder so üblich und wurde ausführlich im Kontaktbrief 2020 Mathematik des ISB kommuniziert:

Von den Prüflingen wird erwartet, dass sie anhand der bei einer Aufgabe gegebenen Informationen erkennen können, dass eine Lösung ggf. nur näherungsweise möglich ist; ein entsprechender Hinweis in der Aufgabenstellung wird in solchen Fällen als entbehrlich angesehen. Dies war auch in der Vergangenheit schon so üblich (z. B.: „Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, den der Graph von f mit der x -Achse einschließt“, wobei der Graph von f gegeben ist, nicht aber der Funktionsterm) und steht im Einklang mit dem „Grundstock von Operatoren“ (vgl.

Kontaktbrief 2019 bzw. www.iqb.huberlin.de/abitur¹ → Begleitende Dokumente → Mathematik). [...]

Gegen die Aufgabenstellung ist somit nichts einzuwenden.

3.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Beherrschung der auswendigen Anwendung von Formeln durch Abiturienten, etwa die Bernoulliformel, unter Bezugnahme darauf, dass keinerlei Hilfsmittel im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 und 2 (Stochastik) haben verwendet werden dürfen?

Dass eine Formel in der Merkhilfe Mathematik verzeichnet ist, bedeutet nicht, dass diese Formel von den Schülerinnen und Schülern nicht beherrscht werden muss, wenn die Merkhilfe Mathematik bei einem Leistungsnachweis nicht zugelassen ist. Vergleiche hierzu auch die Ausführungen im Kontaktbrief 2015 Mathematik des ISB im Abschnitt Hilfsmittel bei Leistungsnachweisen – Hinweise:

Die Intention der Merkhilfe Mathematik, seit dem Jahr 2011 als Hilfsmittel bei Leistungsnachweisen ab der Jgst. 10 zugelassen und mit dem Ziel eingeführt, den Schülerinnen und Schülern die für Leistungserhebungen wesentlichen Formeln in knapper und übersichtlicher Form zur Verfügung zu stellen, hat sich aufgrund der seit dem Schuljahr 2013/2014 geltenden Rahmenbedingungen für die Abiturprüfung Mathematik dahingehend erweitert, dass sie nunmehr auch der Orientierung hinsichtlich zentraler Formeln dienen kann, die von den Schülerinnen und Schülern beherrscht werden müssen, wenn die Verwendung von Hilfsmitteln ausgeschlossen ist. Die Musteraufgaben, der Aufgabenpool zur Übungsklausur 2013, die Aufgaben zum Prüfungsteil A der Beispielabiturprüfung und der Abiturprüfungen 2014 und 2015 (jeweils verfügbar über die Startseite Mathematik) sowie die in der o. g. Aufgabensammlung enthaltenen Aufgaben zum Prüfungsteil A illustrieren dabei, wie jene Abiturprüfungsaufgaben formuliert sind, die die Schülerinnen und Schüler grundsätzlich auch ohne die Verwendung von Hilfsmitteln bearbeiten können müssen. Dazu werden – wie aus diesen Aufgaben erkennbar – nur elementare Formeln benötigt; von den in der Merkhilfe enthaltenen können explizit der Sinussatz, der Kosinussatz, die Ableitungen der allgemeinen Exponential- und Logarithmusfunktion sowie das unbestimmte Integral $\int f(ax + b) dx$ ausgenommen werden.

3.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Berechnung des Lösungswegs sehr hoher Zahlenwerte über den Ansatz einer Kreisgleichung durch Abiturienten im Prüfungsteil A hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Geometrie), wenn hierfür ein Taschenrechner notwendig ist, dieser hingegen als unerlaubtes Hilfsmittel nicht hat benutzt werden dürfen?

Die Lösung der Aufgabe erfordert ein vollständiges Kürzen des Bruchs $104/13$. Dies kann z. B. durch die Faktorisierung der Zahl 104 leicht im Kopf erfolgen: $104 = 2 \cdot 52 = 2 \cdot 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$. Berechnungen mit höheren Zahlenwerten sind nicht erforderlich, insofern kann die Lösung der Aufgabe ohne Taschenrechner von den Prüflingen erwartet werden.

1 <https://www.iqb.huberlin.de/abitur>

- 4.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Erwartung der Berechnung/Lösung von Prüfungsteil B mit Blick auf die Aufgabengruppe 1 (Analysis) und dabei Aufgabe 3a durch Abiturienten, wenn Abiturienten, die Physik in der Oberstufe abgewählt haben, ohnehin bereits nur wenig bis keinen Bezug zu dieser Aufgabenstellung herstellen können, wohingegen Abiturienten, die Physik auch noch in der Oberstufe belegt haben, mit „Lichtenergie“ ebenfalls nur wenig anzufangen wissen, zumal „Lichtenergie“ kein Fachbegriff für eine physikalische Größe darstellt?**

Die Aufgabe 3a ist eine innermathematische Aufgabe, in der es lediglich um das Verschieben und Strecken eines Funktionsgraphen geht. Ein Sachzusammenhang wird für die Aufgaben 3b bis 3d in einem Vortext präsentiert. Dabei kommen zwei Funktionen p und E zum Einsatz, die modellhaft die Leistung der betrachteten Photovoltaikanlage beziehungsweise die von der Anlage produzierte elektrische Energie – jeweils in Abhängigkeit der Zeit – beschreiben. Der Energiebegriff ist zwar zentraler Inhalt des Physikunterrichts in Jahrgangsstufe 8 und in allen Ausbildungsrichtungen verbindlich zu behandeln, im vorliegenden Fall sind aber für die Bearbeitung der genannten Teilaufgaben keine physikalischen Vorkenntnisse erforderlich, insbesondere nicht der physikalische Zusammenhang zwischen Leistung und Energie. Vielmehr wird der mathematische Zusammenhang $E' = p$ benötigt; dieser ist in der Aufgabenstellung explizit gegeben. Der Begriff „Lichtenergie“ wird in der Aufgabe zudem nicht für eine physikalische Größe verwendet.

Anwendungsbezüge aus anderen Disziplinen, etwa den Naturwissenschaften, sind seit vielen Jahren im Sachgebiet Analysis Bestandteil der schriftlichen Abiturprüfung. Einige Beispiele:

- Abiturprüfung 2015, Analysis, Aufgabengruppe 2: Lungenfunktionsdiagnostik
- Abiturprüfung 2018, Analysis, Aufgabengruppe 2: Kosten-/Gewinnrechnung
- Abiturprüfung 2019, Analysis, Aufgabengruppe 2: Wirkstoffkonzentration von Medikamenten im Blut

- 4.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Bestimmung eines Quantils mithilfe des Tafelwerks binnen der in der Aufgabenstellung genannten Binomialverteilung innerhalb des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Stochastik) und dort der Aufgabe 2c, wenn die Bestimmung von Quantilen mithilfe des Tafelwerks nicht Bestandteil des Lehrplans ist, ferner die Quantilbestimmung mithilfe des Tafelwerks erneut auch im Schuljahr 2020/2021 nicht Bestandteil des Abiturs sein sollte und überdies Staatsminister Prof. Dr. Michael Piazolone eine Nachteilsregelung zugesagt hat („Niemand solle durch den Distanzunterricht Nachteile erleiden“)?**

Bei dieser Aufgabe wird eine binomialverteilte Zufallsgröße X mit dem Erwartungswert 30 betrachtet. Die Lösung der Aufgabe, bei der nach dem kleinsten symmetrisch um 30 liegenden Bereich gefragt wird, in dem die Werte von X mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 75 Prozent liegen, erfolgt durch systematisches Probieren, indem mithilfe des Tafelwerks die den infrage kommenden Bereichen entsprechenden Wahrscheinlichkeiten $P(30 - k \leq X \leq 30 + k)$ berechnet und mit 75 Prozent verglichen werden.

Der Lehrplan schreibt in diesem Zusammenhang nicht jede mögliche Fragestellung vor. Insbesondere Aufgaben, die wie diese dem Anforderungsbereich III zugeordnet werden, enthalten selbstverständlich regelmäßig Fragestellungen, die nicht wörtlich im Lehrplan aufgeführt sind, sondern im Sinne des Problemlösens eine Strategie oder ein mehrschrittiges Vorgehen erfordern. Vergleiche hierzu auch die Beschreibung der Anforderungsbereiche in der Kompetenz „Probleme mathematisch lösen“ (K2) in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife.

4.c) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Lösbarkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Stochastik) und dort der Aufgabe 3, da diese Aufgabe mathematisch unvollständig formuliert worden ist, denn es ist verabsäumt worden, den genannten sechseitigen Würfel als Laplace-Würfel, „fairen“ Würfel oder ähnliches zu beschreiben und diese Information ist grundlegend und erforderlich für die Aufgabebearbeitung, denn einzig hierdurch kann angenommen werden, dass alle sechs Würfelseiten die gleiche Wahrscheinlichkeit haben?

Ein Blick auf die vergangenen bayerischen Abituraufgaben sowie auf die bisher veröffentlichten gemeinsamen Poolaufgaben der Länder zeigt, dass es gängige Praxis ist, die Gleichwahrscheinlichkeit der Ergebnisse eines Zufallsexperiments nicht explizit zu erwähnen, wenn sie angesichts des Sachzusammenhangs offensichtlich vorliegt. Dies gilt für das Werfen eines Würfels gleichermaßen wie für das Drehen eines Glücksrads mit gleich großen Sektoren (die theoretisch durch Anbringen eines Gewichts mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten erzielt werden könnten), ebenso bei der zufälligen Auswahl einer Person (wo theoretisch durch ein mehrschrittiges Auswahlverfahren zwar zufällig, aber mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten ausgewählt werden könnte). Hier einige Beispiele:

- *IQB-Pool 2021, Prüfungsteil A:*
Im Folgenden werden zwei Würfel stets gemeinsam geworfen. Bei jedem der beiden Würfel sind die Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.
 - a. *Die beiden Würfel werden einmal geworfen. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei keine „6“ auftritt, 25/36 beträgt.*
- *Abiturprüfung 2019 (Bayern), Prüfungsteil A, Stochastik, Aufgabengruppe 1:*
Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0“ beschriftet, einer mit „1“ und einer mit „2“; die beiden anderen Sektoren sind mit „9“ beschriftet.
 - a. *Das Glücksrad wird viermal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden.*
- *Abiturprüfung 2020 (Bayern), Prüfungsteil B, Stochastik, Aufgabengruppe 2:*
Aus den Kindern wird eines zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:
T: „Das Kind hat sich für das Torwandschießen eingetragen.“
E: „Das Kind hat sich für das Elfmeterschießen eingetragen.“

Das Nichterwähnen der offensichtlich gegebenen Gleichwahrscheinlichkeit erfolgt in diesen Fällen bewusst mit dem Ziel, die Textmenge in der Angabe der Prüfung gering zu halten.

- 5.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der mathematischen Vollständigkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Stochastik) und dort der Aufgabe 2, da eine Verteilung eine konkrete Realisierung von Wahrscheinlichkeiten abbildet, eine Aufgabe nur gerechnet werden kann, soweit Informationen über diese Verteilung vorliegen, nicht die Nutzung der Binomialverteilung zur Berechnung angegeben wird (so wie in früheren Abiturprüfungen), sondern von deren automatischen Verwendung bei der Berechnung ausgegangen wird (die Aufgabenstellung fragt nach der Wahrscheinlichkeit beim Ziehen von 50 Gummibärchen und die Angabe zur Verteilung der Zufallsvariable fehlt)?**

Diese Aufgabe prüft bei den Schülerinnen und Schülern auch die Kompetenz „Mathematisch Modellieren“ (K3). Ein wesentlicher Aspekt des Modellierens ist dabei, dass jedes Modell die entsprechende Realsituation in der Regel nur vereinfachend darstellt und nicht alle Teilaspekte berücksichtigt. Diese Diskrepanz zwischen Modell und Realsituation ist nicht als Ungenauigkeit in der Aufgabenstellung zu interpretieren, sondern es ist Bestandteil der Aufgabe, ein entsprechendes Modell – hier die Binomialverteilung – auszuwählen und anzuwenden. Ein Hinweis darauf, dass das Heranziehen der Binomialverteilung für diese Aufgabe sinnvoll ist, befindet sich im Aufgabentext an der Stelle, an der von „großen Behältern“ die Rede ist.

Hier zwei Beispiele von vergleichbaren Aufgaben aus der Vergangenheit:

- *Abiturprüfung 2019, Stochastik, Aufgabengruppe 2*
Jeder sechste Besucher eines Volksfests trägt ein Lebkuchenherz um den Hals. Während der Dauer des Volksfests wird 25-mal ein Besucher zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der ausgewählten Besucher, die ein Lebkuchenherz tragen.
- *Abiturprüfung 2017, Stochastik, Aufgabengruppe 1*
200 Autos werden nacheinander zufällig ausgewählt; die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der ausgewählten Autos mit ESP.

- 5.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die lösbare Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Prüfungsteil B hinsichtlich der Aufgabengruppe 2 (Stochastik) und dort der Aufgabe 4 a, wobei bei dieser Aufgabe ein neues Konzept eingeführt wird, welches nicht Teil des Lehrplans ist und überdies der Variationskoeffizient auch keine gängige Größe ist und außerdem die Einführung einer neuen Größe angesichts der Tatsachen paradox erscheint, wonach dies im Schulunterricht nie behandelt worden ist und derartige Themenbereiche aufgrund der Pandemiesituation laut den Hinweisen des ISB eigentlich als Abiturprüfungsthema gestrichen worden sind?**

Die genannte Teilaufgabe 4 a lautet:

Die Zufallsgröße X hat den Erwartungswert 1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten p_0 und p_1 und berechnen Sie die Varianz von X .

Die hier genannten Größen sind allesamt gängige grundlegende Begriffe der Stochastik, selbstverständlich zentrale Inhalte des Lehrplans und von der Ausweisung nicht prüfungsrelevanter Inhalte in keiner Weise betroffen.

- 6.a) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus in Bezug auf die Lösbarkeit von Prüfungsteil B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Geometrie) und dort der Aufgabe 4f bis 4g, da die Kurven im IR 3 nicht Bestandteil des Lehrplans und daher auch so nicht in Schulbüchern oder älteren Abiturprüfungen auffindbar sind und außerdem die Abiturienten mit so einem Zusammenhang im Mathematikunterricht noch nicht konfrontiert worden sind?**

Es gibt in der genannten Aufgabengruppe keine Aufgaben 4f und 4g; die Aufgabengruppe besteht lediglich aus einer Aufgabe mit den Teilaufgaben a bis h.

- 6.b) Welche Auffassung vertritt das Staatsministerium für Unterricht und Kultus hinsichtlich der Lösbarkeit des Prüfungsteils B hinsichtlich der Aufgabengruppe 1 (Geometrie) und dort der Aufgabe 4h, da diese Aufgabe mathematisch unvollständig formuliert worden ist, da u. E. mannigfaltige Informationen nicht gegeben worden sind (da die Fontänen aus der Kugel austreten, wie ist die Wasserleitung gelegt, ist die Kugel zuvor leer, muss das Wasser innerhalb der Kugel, welches austritt, mitberücksichtigt werden, und füllt sich dieses nach, ist die Beschaffenheit der Kugel so dünn, dass, nachdem das Wasser ausgetreten ist, diese auf der Oberfläche treibt oder sinkt diese ab einem gewissen Punkt auf den Bronzeschalenboden)?**

Da – wie in dem den Teilaufgaben d bis h vorgeschalteten Text eindeutig beschrieben – die Marmorkugel die vier Innenwände der Bronzeschale berührt, kommt ein Bewegen der Kugel nicht infrage (der Vortext bezieht sich wie üblich auf alle nachfolgenden Teilaufgaben, also insbesondere auch auf die Teilaufgabe h). Der Brunnen kann offensichtlich als vollständig gefüllt betrachtet werden, wenn der Raum, der im Modell durch die Seitenflächen der Pyramide sowie durch die Kugeloberfläche begrenzt ist, mit Wasser gefüllt ist. Wasserleitungen sowie das (etwaige) Wasser innerhalb der Kugel spielen für die Bearbeitung der Teilaufgabe h keine Rolle und müssen infolgedessen nicht in Betracht gezogen werden.

Hinweise des Landtagsamts

Zitate werden weder inhaltlich noch formal überprüft. Die korrekte Zitierweise liegt in der Verantwortung der Fragestellerin bzw. des Fragestellers sowie der Staatsregierung.

—————

Zur Vereinfachung der Lesbarkeit können Internetadressen verkürzt dargestellt sein. Die vollständige Internetadresse ist als Hyperlink hinterlegt und in der digitalen Version des Dokuments direkt aufrufbar. Zusätzlich ist diese als Fußnote vollständig dargestellt.

Drucksachen, Plenarprotokolle sowie die Tagesordnungen der Vollversammlung und der Ausschüsse sind im Internet unter www.bayern.landtag.de/parlament/dokumente abrufbar.

Die aktuelle Sitzungsübersicht steht unter www.bayern.landtag.de/aktuelles/sitzungen zur Verfügung.